

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HUNEDOARA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 6 februarie 2026

Clasa a VIII-a - Enunțuri

1. a) Fie $x, y, z \in \mathbb{R}$ cu $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$. Demonstrați că
 $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 0$. **10 puncte**
b) Notăm cu a, b, c lungimile laturilor unui triunghi oarecare. Fie $E = \frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}$.
Demonstrați că partea întreagă a numărului E este egală cu 1, dacă triunghiul este echilateral, respectiv cu 0, în toate celelalte cazuri. **11 puncte**
Gazeta Matematică 2025, supliment
2. Fie $VABC$ o piramidă triunghiulară în care $VA \perp (ABC)$. Notăm cu M și N mijloacele muchiilor VB și VC .
a) Demonstrați că $VA \perp MN$. **10 puncte**
b) Demonstrați că $\sphericalangle AMN \equiv \sphericalangle VBC$. **11 puncte**
3. Pentru orice numere întregi x, y definim expresia $E(x; y)$ prin egalitatea
$$E(x; y) = \sqrt{x^2 - 4x + 5} + \sqrt{y^2 - 6y + 10}.$$

a) Determinați toate perechile de numere întregi $(x; y)$ pentru care $E(x; y) = 2$. **10 puncte**
b) Determinați toate perechile de numere întregi $(x; y)$ pentru care $E(x; y) \in \mathbb{Z}$. **11 puncte**
4. Numerele naturale de la 1 la 8 sunt distribuite aleatoriu în vârfurile unui cub. Fiecărei muchii îi atașăm un număr egal cu suma numerelor situate în vârfurile care determină această muchie. O *transformare* efectuată asupra acestui cub presupune să alegem la întâmplare 3 vârfuri, iar la numerele din fiecare vârf să adunăm 1 la fiecare.
a) Determinați suma tuturor celor 12 numere, asociate muchiilor cubului, după o singură *transformare*. **10 puncte**
b) Există un set de *transformări* succesive în urma cărora suma tuturor celor 12 numere asociate muchiilor să fie egală cu 12345? **11 puncte**

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Se acordă 16 puncte din oficiu;
- Punctajul maxim este de 100 puncte;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.